

03 | Egyenes arányosság és a lineáris függvény

Mennyibe kerül a nyomtatás?



Dél előtt a matematika tanárnő elküldött nekünk egy kinyomtatandó dokumentumot. Délután megkérdeztem a fénymásoló üzletben, hogy mennyibe kerül a nyomtatás.

Az alábbi táblázatot kaptam:

	Ár	
Egy lap nyomtatása A4-es méretben	FEKETE/FEHÉR NYOMTATÁS	SZÍNES NYOMTATÁS
Egyoldalas nyomtatás	23 Ft	85 Ft
Kétoldalas nyomtatás	46 Ft	170 Ft


- 1 A dokumentum 30 oldalas. Mennyibe kerül a teljes dokumentum kinyomtatása egyoldalasán és fekete-fehéren? Mennyibe kerül kétoldalasán?
- 2 Mennyibe kerül a nyomtatása színesben egy-, ill. kétoldalasán?
- 3 A tanárnő azt mondta, hogy az utolsó négy oldalon grafikonok vannak, ezért azt célszerű színesben nyomtatni. Mennyibe kerül az egyoldalas nyomtatás, ha az utolsó négy oldalt színesen, a többi fekete-fehéren nyomtatják? Mennyibe kerül ugyanez, ha kétoldalasán nyomtatják?
- 4 Egészítsd ki az alábbi táblázatot:

	Ár	
Egyoldalas	FEKETE-FEHÉR	SZÍNES
2		
4		
10		
25		
30		
x	$f(x) =$	$g(x) =$

	Ár	
Kétoldalas	FEKETE-FEHÉR	SZÍNES
2		
4		
10		
25		
30		
x	$f(x) =$	$g(x) =$

- 5 Ábrázoljuk a 4. pontban kapott függvényeket! Összeköthetjük-e a grafikon pontjait? Miben azonosak ezek a függvények?
- 6 Ha e-mailben küldjük el nyomtatásra a dokumentumot, akkor a nyomtatás költsége 150 Ft-tal nő. Mennyibe kerül a dokumentum nyomtatása az egyes, előző esetekben, ha e-mailben küldjük?
- 7 Minden esetben írd fel az oldalszám függvényében a költséget, ha e-mailben küldtük el a dokumentumot! Ábrázold ezeket

03 | **Technikumok és a táblázat**
Mennyibe kerül a nyomtatás?



Adottak a következők: egy oldal fekete-fehér nyomtatás ára 23 forint, egy oldal színes nyomtatás ára 85 forint. Egy oldal kétoldalas fekete-fehér nyomtatás ára 46 forint, egy oldal kétoldalas színes nyomtatás ára 170 forint.

1. Adottak a következők: egy oldal fekete-fehér nyomtatás ára 23 forint, egy oldal színes nyomtatás ára 85 forint. Egy oldal kétoldalas fekete-fehér nyomtatás ára 46 forint, egy oldal kétoldalas színes nyomtatás ára 170 forint.

2. Adottak a következők: egy oldal fekete-fehér nyomtatás ára 23 forint, egy oldal színes nyomtatás ára 85 forint. Egy oldal kétoldalas fekete-fehér nyomtatás ára 46 forint, egy oldal kétoldalas színes nyomtatás ára 170 forint.

3. Adottak a következők: egy oldal fekete-fehér nyomtatás ára 23 forint, egy oldal színes nyomtatás ára 85 forint. Egy oldal kétoldalas fekete-fehér nyomtatás ára 46 forint, egy oldal kétoldalas színes nyomtatás ára 170 forint.

4. Adottak a következők: egy oldal fekete-fehér nyomtatás ára 23 forint, egy oldal színes nyomtatás ára 85 forint. Egy oldal kétoldalas fekete-fehér nyomtatás ára 46 forint, egy oldal kétoldalas színes nyomtatás ára 170 forint.

ESZKÖZÖK

Casio fx-991 CE X számológép

TECHNIKAI ÉS DIDAKTIKAI CÉLOK:

- Ebben a feladatban egy egyszerű valós helyzethez, minden lehetséges feltételhez keresünk matematikai modellt.
- A számológép használata megkönnyíti az egyes változatok tanulmányozását, azzal, hogy megváltoztatjuk az algebrai kifejezés paramétereit.
- A táblázatok kitöltéséhez felhasználjuk a Táblázat menüt. A grafikonok megjelenését megkaphatjuk a QR kód segítségével.

EGY MEGOLDÁSI LEHETŐSÉG:

1

Egyoldalas, fekete-fehér nyomtatás ára: $30 \cdot 23 = 690$ Ft.
Kétoldalas, fekete-fehér nyomtatás ára: $15 \cdot 46 = 690$ Ft.

2

Egyoldalas, színes nyomtatás ára: $30 \cdot 85 = 2550$ Ft.
Kétoldalas, színes nyomtatás ára: $15 \cdot 170 = 2550$ Ft.

3

Az utolsó négy oldal színes, a többi fekete-fehér nyomtatásának ára, ha egyoldalas a nyomtatás: $4 \cdot 85 + 26 \cdot 23 = 938$ Ft, ha kétoldalas a nyomtatás: $2 \cdot 85 + 13 \cdot 46 = 769$ Ft.

4

A táblázatok kitöltéséhez használjuk a Táblázat menüt. A képeken az egyoldalas nyomtatás képeit jelenítjük meg, hasonlóan lehet vezetni a kétoldalas nyomtatáshoz megjelenőket is.



$$f(x) = 23x$$

$$g(x) = 85x$$

Tábl. tartomány
Kezdő: 0
Záró: 30
Lépés: 2

x	f(x)	g(x)
1	23	85
2	46	170
4	92	340
6	138	510

x	f(x)	g(x)
13	299	1105
14	322	1190
15	345	1275
16	368	1360

Egyoldalas	Ár	
	FEKETE-FEHÉR	SZÍNES
2	46	170
4	92	340
10	230	850
25	575	2125
30	690	2550
x	$f(x) = 23 \cdot x$	$g(x) = 85 \cdot x$

Kétoldalas	Ár	
	FEKETE-FEHÉR	SZÍNES
2	92	340
4	184	680
10	460	1700
25	1150	4250
30	1380	5100
x	$f(x) = 46 \cdot x$	$g(x) = 170 \cdot x$

A költség függvények értelmezési tartománya a természetes számok halmaza, ezért nem lehet a grafikonok pontjait összekötni.

Mivel ennek a feladatnak az is a célja, hogy tanulmányozzuk a lineáris függvények családját, annak ellenére, hogy a változó csak pozitív egész értékeket vehet fel, most a teljes értelmezési tartományon ábrázoljuk őket. Használjuk ehhez a Táblázat menüt és a Qrkódot!

Ahhoz, hogy a függvényeket össze tudjuk hasonlítani az $f(x) = x$ függvénnyel, függvénypárokat kell létrehozni a Táblázat menüben.

A költség egyoldalas, fekete-fehér nyomtatás esetén:

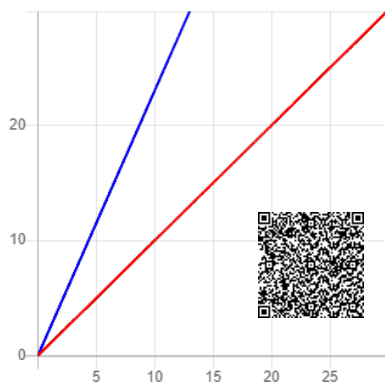
$$f(x) = x$$

$$g(x) = 23x$$

Táblázat tartomány
Kezdő: 0
Záró: 30
Lépés: 2

x	f(x)	g(x)
1	1	23
2	2	46
3	3	69
4	4	92

x	f(x)	g(x)
14	14	322
15	15	345
16	16	368
17	17	391



A költség kétoldalas, fekete-fehér nyomtatás esetén:

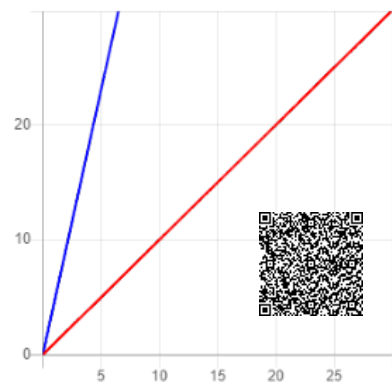
$$f(x) = x$$

$$g(x) = 46x$$

Táblázat tartomány
Kezdő: 0
Záró: 30
Lépés: 2

x	f(x)	g(x)
1	1	46
2	2	92
3	3	138
4	4	184

x	f(x)	g(x)
13	13	598
14	14	644
15	15	690
16	16	736



A piros grafikon az $f(x) = x$ függvény, a kék a $g(x)/10$ függvény, a jobb láthatóság miatt.

Hasonló módon ábrázolható a színes nyomtatás két függvénye is.

Megállapítható, hogy a függvények mindegyike növekvő lineáris függvény.

6

Ha a dokumentumot e-mailben küldik el, akkor a költség 150 Ft-tal növekszik

Az egyoldalas fekete-fehér nyomtatás költsége: $30 \cdot 23 + 150 = 690 + 150 = 840$ Ft

A kétoldalas fekete-fehér nyomtatás költsége: $15 \cdot 46 + 150 = 690 + 150 = 840$ Ft

Az egyoldalas színes nyomtatás költsége: $30 \cdot 85 + 150 = 2550 + 150 = 2700$ Ft

A kétoldalas színes nyomtatás költsége: $15 \cdot 170 + 150 = 2550 + 150 = 2700$ Ft

Az utolsó négy oldal színes, a többi fekete-fehér nyomtatásának ára,

ha egyoldalas a nyomtatás: $4 \cdot 85 + 26 \cdot 23 + 150 = 938 + 150 = 1088$ Ft,

ha kétoldalas a nyomtatás: $2 \cdot 85 + 13 \cdot 46 + 150 = 769 + 150 = 919$ Ft

7

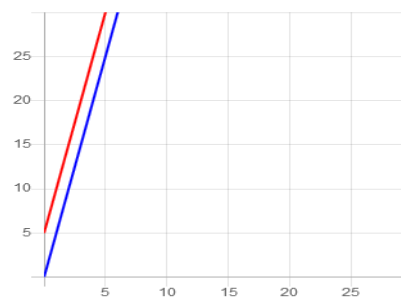
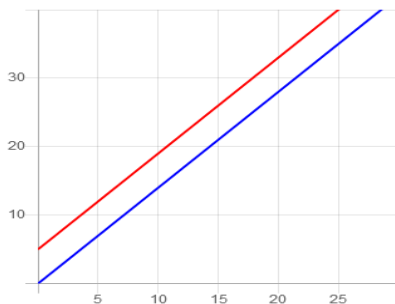
A függvények, amelyek leírják az e-mailben küldés díjával együtt a költségeket:

A nyomtatás típusa	A költség függvénye
Egyoldalas fekete-fehér	$f(x) = 23x + 150$
kétoldalas fekete-fehér	$f(x) = 46x + 150$
egyoldalas színes	$g(x) = 85x + 150$
kétoldalas színes	$g(x) = 170x + 150$

Megfigyelhető, hogy az új függvények az eredetiekből egy 150 egységgel való, felfelé irányú eltolással kaphatók meg. Ne feledjük azonban, hogy az eredeti feladatban a változó pozitív egész szám, tehát nem lehet összekötni a pontokat.

Az egyoldalas fekete –fehér nyomtatás költsége: piros vonal az email költség nélkül, a kék vonal az email-es költséggel.

Az egyoldalas színes nyomtatás költsége: (piros vonal az email költség nélkül, a kék vonal az email-es költséggel).



Azt szintén megfigyelhetjük, hogy a függvények a vízszintes tengely mentén is el vannak tolvá:

egyoldalas fekete-fehér nyomtatás esetén:

$$f(x) = 23x \quad \text{és} \quad g(x) = 23x + 150 = 23(x + 150/23)$$

kétoldalas fekete-fehér nyomtatás esetén:

$$f(x) = 46x \quad \text{és} \quad g(x) = 46x + 150 = 46(x + 150/46)$$

A további esetek hasonlóan tárgyalhatók.

